

1. Aufgabe

In einem Bachsystem wurde an 70 zufällig ausgewählten Probenamstellen die Korngröße des Bodensediments gemessen: 23× fein, 19× mittel, 28× grob. Die nebenstehende Tabelle zeigt, an wievielen der Stellen mit den verschiedenen Korngrößen vier verschiedene Arten (A, B, C, D) von Zuckmückenlarven vorkamen.

	A	B	C	D
fein	3	12	10	19
mittel	4	9	16	8
grob	7	15	18	9

- Lässt sich mit den Daten die Vermutung belegen, dass die vier Arten in unterschiedlicher Weise an die Korngrößen angepasst sind, oder zeigen die Daten, dass alle vier Arten gleich auf die Korngrößen reagieren?
- Kann man Aufgabenteil (a) durch einen Chi-Quadrat-Test beantworten und, wenn ja, mit wievielen Freiheitsgraden?
- Berechnen Sie unter der Nullhypothese H_0 , dass es unter den vier Arten keine Unterschiede bezüglich der Korngrößen gibt, die Wahrscheinlichkeiten dass an einer zufällig ausgewählten neuen Probenamstelle *mittlere Korngröße und Art A* bzw. *grobes Korn und Art C* beobachtet werden. Schätzen Sie dabei die Häufigkeiten von “mittel (m)”, “grob (g)”, “A” und “C” aus den Zeilen- bzw. Spaltensummen der obigen Tabelle. Berechnen Sie dann die entsprechenden Erwartungswerte $E_{m,A}$ und $E_{g,C}$ der zugehörigen Tabelleneinträge.
- Wir gehen nun von der etwas vereinfachten Nullhypothese aus, dass die $O_{x,Y}$ zustände gekommen sind, indem $n = 130$ Beobachtungen der Art “Art Y kommt an dieser Stelle mit Körnung x vor” stochastisch unabhängig jeweils mit den in (c) ermittelten Wahrscheinlichkeiten gemacht wurden. (Im Vergleich zur Nullhypothese des Chi-Quadrat-Test vernachlässigen also der Einfachheit halber die gegebenen Zeilen- und Spaltensummen.) Berechnen Sie für diese Annahme die Erwartungswerte von $(O_{m,A} - E_{m,A})^2 / E_{m,A}$ und $(O_{g,C} - E_{g,C})^2 / E_{g,C}$.

2. Aufgabe Die Ameise *Pseudomyrmex ferruginea* lebt in enger Gemeinschaft mit der Akazie *Acacia colinsii*. In den großen hohlen Dornen der Akazie findet sie Unterschlupf, von speziellen Drüsen der Pflanze wird sie ernährt. Dafür verteidigt sie die Akazie gegen Insekten, Tiere und andere Pflanzen. Um die Wirksamkeit dieser Verteidigung zu prüfen, wählte man unter 50 vergleichbaren Akazien rein zufällig 20 aus und entfernte von ihnen die Ameisen. Nach 10 Monaten hatten 9 der Pflanzen ohne Ameisen überlebt und 21 der Pflanzen mit Ameisen.

Schätzen Sie θ_{mit} , die Überlebenswahrscheinlichkeit einer Pflanze mit Ameisen, und die Standardabweichung Ihres Schätzers $\hat{\theta}_{\text{mit}}$. Geben Sie ein 95%-Konfidenzintervall für θ_{mit} an, würden Sie anhand der Beobachtungen sagen, dass θ_{mit} signifikant von 0,5 verschieden ist? Schätzen Sie auch θ_{ohne} , die Überlebenswahrscheinlichkeit einer Pflanze ohne Ameisen. Ist θ_{ohne} signifikant kleiner als θ_{mit} ?

3. Aufgabe In einer Studie sollte geklärt werden, ob es einen ökologischen Zusammenhang zwischen einer bestimmten Ameisenart, einer bestimmten Käferart und einer bestimmten Pflanzenart gibt. Dazu wurden 31 ähnliche Habitats untersucht. In 2 Habitats fand man alle drei Arten. In 5 Habitats fand man nur den Käfer und die Ameise, in 6 nur die Ameise und die Pflanze und in 8 nur den Käfer und die Pflanze. In jeweils drei Habitats fand man nur den Käfer, nur die Ameise oder nur die Pflanze und in einem einzigen fand man keine der drei Arten. Sprechen diese Daten für einen ökologischen Zusammenhang zwischen den Arten?

4. Aufgabe In einer Stichprobe von 213 Monarchfaltern, die Anfang August gefangen wurden, befanden sich 125 Männchen. Ende August wurde eine weitere Stichprobe von 87 Monarchfaltern erhoben, darunter waren 62 Männchen. Schätzen Sie den Anteil Männchen in der Population Anfang und Ende August, und geben Sie jeweils ein 95%-Konfidenzintervall für den Männchenanteil an. Würden Sie sagen, dass sich der Männchenanteil im Laufe des Monats signifikant geändert hat?

5. Aufgabe In einer Studie¹ zum Alkaline-Phosphatase-Gen konnten drei Allele "S", "I" und "F" unterschieden werden. Bei 332 untersuchten Personen wurden die verschiedenen Genotypen in folgenden Häufigkeiten beobachtet: SS: 141, SF: 111, FF: 28, SI: 32, FI: 15, II: 5.

- (a) Berechnen Sie die relativen Allelhäufigkeiten für S, I und F.
- (b) Berechnen Sie, ausgehend von den in (a) berechneten Allelhäufigkeiten, wie oft jeder Genotyp in einer Gruppe von 332 Personen zu erwarten ist, falls sich die Bevölkerung bzgl. dieses Gens im Hardy-Weinberg-Gleichgewicht befindet.
- (c) Ist die in den Daten beobachtete Abweichung vom Hardy-Weinberg-Gleichgewicht signifikant?

6. Aufgabe Herr Metzler verteilt seine 69 Statistik-Bücher auf vier Regalbretter links-oben, rechts-oben, unten-links und unten-rechts. Die Anzahlen der Bücher auf den Regalbrettern sind A, B, C, D :

	links	rechts	
oben	A	B	A+B=45
unten	C	D	C+D=24
	X=A+C	Y=B+D	X+Y=69

Auf den oberen Regalbrettern zusammen stehen 45 Bücher über den t -Test und auf den beiden unteren zusammen 24 Bücher über den χ^2 -Test. Diese Themengebiete dürfen keinesfalls vermischt werden, auch nicht in den folgenden Aufgabenteilen. Ob ein Buch links oder rechts steht, ist ziemlich zufällig.

- (a) Wieviele verschiedene Möglichkeiten hat Herr Metzler, 2 Bücher über den t -Test und 7 Bücher über den χ^2 -Test auszuwählen, um sie ins rechte Regal zu stellen? (Tipp: der R-Befehl für $\binom{n}{k}$ ist `choose(n, k)`)
- (b) Wieviele Möglichkeiten hat Herr Metzler insgesamt, neun Bücher für die rechte Regalseite auszuwählen?
- (c) Wenn Herr Metzler 9 Bücher rein zufällig auswählt und ins rechte Regal stellt (unter Beachtung obiger Nichtvermischungsregel), wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass $B = 2$ herauskommt?
- (d) Welche möglichen Werte für B sind unter den Voraussetzungen von Aufgabenteil (c) die fünf unwahrscheinlichsten? Berechnen Sie deren Gesamtwahrscheinlichkeit.

¹Harris (1966) Enzyme polymorphism in Man. *Proc. Roy. Soc. B* **164**:1153-64